ETAT DE CONTRAINTES ET DE DEFORMATIONS DES POUTRES HYPERSTATIQUES EN BETON ARME DANS LES CONDITIONS DU FLUAGE NON LINEAIRE

***Mohamed* CHOURA** *Docteur Ingénieur En Sciences Techniques*
Ministère des Domaines de l'Etat et des Affaires Foncières

RESUME *:* Parmi les voies que suit le progrès dans l'industrie des constructions en bâtiment dans le monde, on distingue celle de la diminution du poids, de la facilité d'exécution, ainsi que celle de l'amélioration de leur qualité et du coût des constructions.

Une attitude plus stricte vis-à-vis de la mise au point des projets, la prise en considération de toutes les possibilités et des propriétés réelles des matériaux utilisés y jouent un rôle essentiel.En particulier, il est très important de tenir compte du comportement des éléments de constructions liés à leur déformation de longue durée qu'on appelle également fluage.

Les poutres et les dalles sont parmi les constructions en béton armé les plus utilisées. Leur continuité permet de réduire la section des profils, la dépense des matériaux et le poids des constructions. Les structures à plusieurs travées sont, en certains cas, plus pratiques qu'un système d'éléments à une travée puisque la répartition des efforts intérieurs s'y avère meilleure.

La présente publication traite d'une recherche théorique de l'état de contraintes et de déformations des poutres hyperstatiques en béton armé compte tenu du fluage non linéaire en présence de fissures dans la zone tendue du béton.Une attention toute spéciale y est portée sur l'étude du travail des poutres continues en béton armé sur trois appuis. Les questions touchant la stabilité des poutres hyperstatiques en béton armé dans le cas compression flexion font également l'objet de La présente publication.

ABSTRACT *:* The developement of the batiment industry depent on many factors likes-the minius of the mass – to facilite the execution - the

Developement of the qualitie and the ameliration of the price construction.

The publication streatch of theoretic search of the contraint-deformation of the element hyperstatique concret renforced the condition of the non linear fluage with cracks on the tight region of the concret.

The stabilisition of the element hyperstatique concret renforced in the cases of the compression - flexion is streatch to the present publication.

مخلص : إن تـطور صناعة البناء في العالم مرتبط بعدة معطيات من بينها التخفيض في الوزن، تبسيط الانجاز علاوة على تطوير الـنوعية و الضغط على الكلفة.

لذلك هناك عناية خاصة عند دراسة المشاريع و ذلك بالأخذ بعين الاعتبار لكل الإمكانيات و الخاصيات الحقيقية لمواد البناء المستعملة التي تلعب دورا هاما و أساسيا و بالتالي يتعين بالأساس الأخذ بعين الاعتبار لسلوك الهيكل و علاقته بالتشوه طويل المدى و الذي نسميه تشـوه بفعل الضغط.

يعتبر الجائز و الدالة من ضمن هياكل الخرسانة المسلحة الأكثر استعمالا و تواصلها يمكن التخفيض من مقطع الجانبية و من كمية مواد البناء و بالتالي من الـوزن.

إن الهياكل ذات الفرجات المتعددة تعتبر في غالب الحالات أسهل استعمالا من الهياكل ذات فرجة واحدة حيث أن توزيع الإجهاد الداخلي في هذه الحالة يكون أفضل.

لا توجد إلى حد الآن طرق و منهجيات موحدة لحساب الإنشاءات الفائقة من الخرسانة المسلحة تحت الضغط قصير و طويل المدى بالرغم من أنه كان مفروض منه نظرا للطلبات الحالية عند إعداد مشاريع البناء.

هذا و نلاحظ وجود فارق بين طريقة اختيار مقطع عناصر الهيكل من الخرسانة المسلحة حسب طريقة حدود التوازن و طريقة تحديد عامل القوة بالعناصر بالنظام في حالة المرونة.

تدخل هذه الدراسة في نطاق بحث نظري لحالة "ضغط- نشوة" لجـائز على عدة ركائز من الخرسانة المسلحة باعتبار النشوة غير الخطي و بوجود الشقوق بالمنطقة المشدودة للبيطون،كما تم التركيز بالبحث على دراسة الروافد المسترسلة على ثلاث ركائز من الخرسانة المسلحة في حالات الضغـط – الانحنـاء.

1- FORMULATION DES PROBLEMES ET ADMISSIONS PRINCIPALES

Les recherches se sont basées sur un élément sous flexion en béton armé de section rectangulaire b x h armé dans les zones tendues ainsi que comprimées compte tenu des fissures dans la zone tendue du béton (fig.3).

On étudie l'état de contraintes et de déformations des poutres hyperstatiques en béton armé soumises à des charges de forte intensité, c'est-à-dire dans les conditions du fluage non linéaire, chargée au début par un moment constant M**L**, après un temps t, ils seront augmentées d'un moment de courte durée M**S** jusqu'à la perte de la capacité portante.

Les valeurs de **σij(**t**1) ,** ε **ij(**t**1)** au moment t**1** seront les conditions initiales pour la deuxième étape de calcul.

Dans le but de faciliter les études, on a utilisé quelques admissions qui sont très souvent utilisées dans les problèmes de calcul des constructions en béton armé compte tenu de la non linéarité géométrique et physique.

ADMISSIONS PRINCIPALES

1. L'état de contraintes et de déformations de l'élément est symétrique par rapport au plan vertical.
2. On admet la justesse de l'hypothèse de NAVIER. En général, il est très connu l'utilisation de cette hypothèse pour les métaux et les plastiques. D'après la bibliographie en béton armé, il est connu la discussion concernant cette hypothèse (1,2).Par contre, les recherches de ces dernières années ont montré que l'hypothèse de NAVIER comme simplification géométrique donne dans la théorie de béton armé des résolutions acceptables. Pratiquement, cette hypothèse est utilisée dans toutes les normes étrangères ainsi que dans les recommandations des organisations internationales (3). Dans la théorie de la résistance de longue durée du béton armé, l'hypothèse de NAVIER est utilisée comme base dans tous les travaux.
3. Le diagramme réel "σ - ε" du travail des armatures est changé par le diagramme de PRANDTL (diagramme élasto-plastique).
4. On utilise comme loi de déformations des matériaux n'importe quelle relation mathématique. Pour le cas des charges de courte durée sous la forme de :

$$\sigma = f(\varepsilon)$$

et pour des charges de longue durée :

$$\varphi(\sigma, \varepsilon, \sigma, \varepsilon, \sigma, \varepsilon, t) = 0$$

5 On utilise l'égalité approximative de courbure de l'axe fléchi de la poutre :

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{d^2y}{dx^2}$$

On suggère que l'approximation de l'axe fléchi de la barre est donnée par l'équation suivante :

$$Y = f(t) \cdot y(t)$$

où y(t) – fonction quelconque

f (t) – flèche

6 Manque de décalage entre l'axe neutre de l'épure des contraintes normales σ et des déformations ε .

7 On ne tient pas compte du travail du béton tendu à la limite de chaque section transversale.

8 Le diagramme curviligne des contraintes due au fluage non linéaire est remplacé par des lignes brisées ; le béton tendu avec fissures ; le béton comprimé travaille dans les conditions du fluage non linéaire ; l'état élasto-instantané de contraintes et de déformations correspond à une épure linéaire de contraintes dans le béton comprimé.

La question du droit de l'utilisation de l'hypothèse de NAVIER dans la théorie de calcul du béton armé était discutée et positivement résolue dans les années 1930 (3).

Pour les éléments avec fissures, cette admission est acceptable qu'à condition de L/h $\geq$ 5 (4,5) et pour des déformations moyennes transversales εi dans la zone entre deux fissures principales suivant cette expression :

$$\varepsilon c = \frac{\int_{Xi}^{Xi + LT} \varepsilon(x)\, dx}{LT}$$

où X**i** - coordonnée de la section de l'élément ou on

détermine les déformations ;

LT- distance entre deux fissures principales ;

Le passage de εc aux déformations dans la section avec fissures se fait par l'intermédiaire des coefficients ψs et ψb en se basant sur recommandations (6). Cette approche d'appréciation de l'influence du béton tendu sur les déformations d'armatures et du béton comprimé a été proposée dans les recherches (7,8).

Le remplacement de diagramme réel du travail des armatures par le diagramme de PRANDTL dans le calcul pratique des structures était justifié et tout à fait admissible, vu qu'il ne provoque pas de grandes erreurs (9,10).

L'utilisation de l'égalité approximative de courbure de l'axe fléchi des éléments est aussi tout à fait admissible, à condition que les valeurs des flèches soient petites (10). D'après les travaux (4,5), le fait de non compte tenu du décalage entre l'axe neutre des épures de contraintes normales σ et de déformations ε dans le calcul des structures provoque à des petites erreurs ne dépassant pas 5 % à la détermination de déformations ε dans les sections normalement et fortement armées.

2. STABILITE DES SYSTEMES HYPERSTATIQUES EN BETON ARME CHARGES PAR FORCES LONGITUDINALES ET TRANSVERSALES SOUS L'EFFET DU FLUAGE NON LINEAIRE.

Pour des charges de courtes durées, le diagramme "σ–ε" du béton est présenté par l'égalité suivante :

$$\sigma = A0\,\varepsilon + BO\,\varepsilon^2 + C0\,\varepsilon 3 + DO\,\varepsilon 4 + FO\,\varepsilon 5\ , \qquad (2.1)$$

où A0, BO, C0, DO, FO – constantes.

Pour des charges de longues durées, la loi de fluage est la suivante :

$$\sigma + \sigma\,(\gamma - E/E^2) + \gamma\,E\varphi\,f(\sigma) \qquad \sigma = E(\varepsilon + \gamma\varepsilon)\ (2.2)$$

$$\text{où} \quad \sigma = 1/\,E\ \ \sigma + 1/\,E0\ f(\sigma)\ \varphi t \qquad (2\text{-}3)$$

Il est montré que, la théorie de vieillissement analyse bien le processus de longue durée sur l'état de contraintes et de déformations des constructions en béton armé avec un pourcentage réel d'armatures ainsi qu'une caractéristique moyenne (mesure) de fluage. Pour un calcul pratique plus strict, la théorie de vieillissement permet d'avoir comparablement des résultats simples dans les problèmes du fluage non linéaire.

Le changement de la courbure de l'axe fléchi :

$$R = -\ \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{y}{\rho^2} \qquad ; \qquad (2\text{-}4)$$

où $y = y0j - yj$ – flèche ; $y0j$ – l'ordonnée de l'axe non déformé de la poutre ; yj – l'ordonnée de la poutre au cours de déformation ;

ρ - rayon de courbure.

On utilise l'interpolation du polynôme de LAGRANGE par cinq points pour les dérivés $\frac{dy}{dx}$ et $\frac{d^2y}{dx^2}$ (fig.1).

$$\frac{(dy)j}{(dx)j} = \frac{1}{12\,S}\,(C1j\ y1 + C2j\ y2 + C3j\ y3)\ ; \quad (2\text{-}5)$$

(2-5)

$$\frac{(d^2y)j}{(dx^2)j} = \frac{1}{24\,S^2}\,(D1j\ y1 + D2j\ y2 + D3j\ y3)\ ;$$

Les valeurs numériques des coefficients C1j,D1j sont présentées dans le tableau 1 :

	C1j	C2j	C3j	D1j	D2j	D3j
0	48	-36	16	-208	228	-112
1	-10	18	-6	-10	12	8
2	-8	0	8	32	-60	32
3	6	-18	10	8	12	-40
4	-16	36	-48	-112	228	-208

Sur la base de (2.5) , la courbure (2.4) aura la forme suivante :

$$R_j = \frac{\varepsilon_{1j} + \varepsilon_{2j}}{H} = \frac{1}{24\,S^2}\,[\,D_{1j}(y_{10} - y_1) + D_{2j}(y_{20} - y_2)$$

$$+ D_{3j}(y_{30} - y_3)] - (y_{0i} - y_j)\,/\,\rho^2_j\;; \qquad (2.6)$$

où ε_{1j}, ε_{2j} – déformations extrêmes dans la section j.

h - hauteur de la section dans le plan de flexion.

L'épure curviligne de contraintes due au fluage non linéaire est décrite par interpolation d'un polynôme. On admet que les matériaux d'armatures correspondent à un diagramme de PRANDTL.

Cherchons le vecteur et le moment principal des épures de contraintes normales de la section la plus chargée par les relations suivantes :

$$P_{ij} = \overset{\textbf{Int}}{} \sigma_{ij}\, dF + \sigma'_{sij}\, A'_{sij} + \sigma_{sij}\, A_{sij}\;; \qquad (2.7)$$

$$M_{ij} = \overset{\textbf{Int}}{} \sigma_{ij}\, Z_{ij}\, dF + \sigma'_{sij}\, Z'_{ij}\, A'_{sij} + \sigma_{sij}\, Z_{ij}\, A_{sij}\;; \quad (2.8)$$

ou σ_{ij} - contraintes normales dans le béton ;

σ'_{sij} , σ_{sij} - contraintes dans les zones comprimées et tendues des armatures ;

A'_{sij}, A_{sij} - sections d'armatures comprimées et tendues dans la partie j de l'élément i ;

Z - distance entre la fibre étudiée et le centre de gravité de la section.

L'utilisation de l'hypothèse de NAVIER permet d'exprimer les déformations $\varepsilon 1j$ …………$\varepsilon(n\text{-}1)j'$ dans la limite de chaque division, ainsi que les déformations d'armatures comprimées et tendues par l'intermédiaire des déformations extrêmes $\varepsilon 0j$, εnj.

$$\varepsilon ij = a0ij\ \varepsilon 0ij + anij\ \varepsilon nij \;;$$

$$\varepsilon sij = \varepsilon nij - a/h\,(\varepsilon 0ij + \varepsilon nij\ ) \;; \qquad (2.9)$$

$$\varepsilon' sij = \varepsilon oij - a'/h\,(\varepsilon 0ij + \varepsilon nij\ ) \;;$$

où $a0ij$, $anij$ – des valeurs constantes déterminées par similitudes triangulaires des épures de déformations ;

a', a – l'épaisseur d'enrobage des zones comprimées et tendues.

On coupe un élément i dans une section j et on détermine l'équilibre de la partie coupée (fig.2). Les conditions de l'équilibre permettent de trouver :

$$\mathbf{Int}\quad \mathbf{j}$$

$$Ni0 - Pij\ \ \mathbf{(}\ 1 + ½\ (\ y'ij)^2\ \mathbf{)} - Qij\ y'ij\ + \sum_{m=0} Pim\ y'ij\ + \qquad (2.10)$$

$$+ [\ (1\text{-}\ Xij/2Lij)\ q\ i0 + (Xij/2Lij)\ q\ in]\ Xij\ y'ij\ = 0 \;;$$

$$\mathbf{Int}\quad \mathbf{j}$$

$$Ni0\ yij + Qio\ Xij - Mij\ - \sum_{m=0} Pim\ (Xij - Xim) - 1/3\ q\ i0\ X^2ij -$$

$$1/6\ [\ (1\text{-}\ Xij/\ Li)\ \ q\ i0\ \ +\ \ Xij/\ Li\ \ q\ in]\ \ ;$$

$i= 1,2,3$…………. ; $j= 0,1,2,$……….n).

On a l'équation principale du fluage non linéaire du premier ordre , donc les relations (2.5), (2.9), (2.10) seront dérivées une fois par rapport au temps t.

$$\text{Int} \qquad\qquad \text{Int}$$

$$Ni0 - Pij\ \ [1 + ½\ (\ y'ij)^2\ ] - Qij\ y'ij - y'ij\ [\ Qij - \ Pij\ \ y'ij\ \ ] = 0$$

$$\mathbf{Int}$$

$$Ni0\ \ yij\ + Qij\ Xij - Mij\ - Qi0\ Xij + Pij\ yij\ \ = 0$$

$$(\varepsilon 0j\ + \varepsilon nj) / h = (\ 1/24\ S^2\mathbf{)}\ (Dij\ Y1\ + D2j\ Y2 + D3j\ Y3) \qquad (2.11)$$

$$Y'j\ = (\ 1/12\ S)\ (\ Cij\ Y1 + C2j\ Y2 + C3j\ Y3\ )$$

$$\varepsilon ij\ = a0ij\ \varepsilon 0ij\ + anij\ \varepsilon nij$$

Le système est hyperstatique du premier ordre, alors on ajoute l'inconnue surabondante sous forme de réaction d'appui. Donc pour avoir cette dernière équation, on écrit l'équation du principe des déplacements virtuels.

$$\sum_{i=1}^{n} F \, . \, \delta ri = 0 \qquad (2.12)$$

divisons (2.12) par dt , on aura :

$$\frac{\delta ri}{dt} = Vi \, ;$$

alors :

$$\sum_{i=1}^{n} Fi \, . \, \frac{\delta ri}{dt} = 0 \, ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} Fi \, . \, V = 0 \, ;$$

d'où ces conséquences créaient l'équation de puissance de travail de la charge transversale et du moment fléchissant sur l'appui, ainsi que le rapprochement des extrémités du à la sollicitation de l'effort longitudin

$$\int P \, y2 + Msup \, Y' + N.\Delta = 0 \, ; \qquad (2.13)$$

où Msup - moment sur l'appui central ;

Y' - angle de rotation central ;

Δ – rapprochement des extrémités de la barre ;

Le nombre d'équations correspond aux nombres d'inconnues et le système d'équations différentielles obtenu (2.11) décrit le mouvement du système dans le temps en se transformant dans la forme normale de CAUCHET.

Utilisons les valeurs initiales de toutes les variables obtenues d'après le calcul des systèmes à l'état élastique à t=0, supposons n'importe quelle loi de croissance de charges extérieures :

$$P = Po + \alpha t \, ;$$

$$(2.14)$$

$$N = No + \beta t \, ;$$

où Po, No – valeurs initiales des sollicitations ;

α , β - constantes ;

t - temps,

et on écrit le problème de CAUCHET.

Si nous procédons à l'étude des problèmes de stabilité, il faudrait les résoudre de la façon suivante : à chaque moment de temps on examine la déviation du système due au mouvement non perturbé. On fait varier les équations obtenues ci-dessus et compte tenu de la variation des charges extérieures qui sont nulles, on trouve le système d'équations en variation :

$$\delta N_{io}^{int} - \delta P_{ij}^{int} \left[1 + 1/2 (Y_{ij})^2 \right] - \delta Q_{io} Y'_{ij} - \delta Y' [Q_{io} - P_{ij} Y'_{ij}] = 0 ;$$

$$\delta N_{io}^{Int} . Y_{ij} + X_{ij} \delta Q_{io} - \delta M_{ij} - Q_{io} \delta X_{ij} + P_{ij} \delta Y_{ij} = 0 ;$$

$$(\delta \varepsilon_{oj} + \delta \varepsilon_{nj}) / h = (1/24 S^2) [C_{j-2} \delta Y_{j-2} + C_{j-1} \delta Y_{j-1} + \ldots] ;$$

$$\delta Y'_j = a(s) [a_{j-2} \delta Y_{j-2} + a_{j-1} \delta Y_{j-1} + \ldots] ;$$

$$\delta \varepsilon_{ij} = a_{oij} \delta \varepsilon_{oij} + a_{nij} \delta \varepsilon_{nij} ;$$

$$\delta \varepsilon_{ij}(t) = 1/E(t) \, \delta \sigma_{ij}.$$

Egalisons le déterminant principal de ce dernier système à zéro, on obtient la condition de l'état critique d'une poutre hyperstatique en béton armé :

$$\phi (t_{cr}, \varepsilon_{ij} , \sigma_{ij}, Y_{ij}) = 0 ; \qquad (2.15)$$

Détermination des conditions initiales :

La méthodologie de calcul des systèmes de barres en béton armé dans les conditions du fluage non linéaire du béton et compte tenu de l'apparition des fissures dans la zone tendue, ainsi que l'élasto-plasticité du travail des armatures demande la connaissance des conditions initiales, pour cela on recommande l'approche suivante.Premiere étape de calcul : étude du problème à l'état élastique (fig.3a) (c.a.d le stade Ia, quand la contrainte du béton de la zone tendue est égale à la contrainte admissible à la **int** traction σ_b) et formation des équations du vecteur principal P_j et **int** du moment principal M_j.

$$P_j^{int} = \frac{B.h.E_b}{2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} . (\varepsilon^2_1 - \varepsilon^2_{bt}) + E_s' A_s' [\varepsilon_1 - a'/h (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] -$$

$$- E_s A_s [\varepsilon_2 - a/h (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] ; \qquad (2.16)$$

$$M_j^{Int} = \frac{B.h^2.E_b}{2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} . [\varepsilon^2_1 (\varepsilon_1 + 3 \varepsilon_2) + \varepsilon^2_{bt} (3\varepsilon_1 - 3 \varepsilon_2 + 4 \varepsilon_{bt})]$$

$$+ E_s' A_s' [\varepsilon_1 - a'/h\,(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)].(0{,}5h - a') + E_s A_s [\varepsilon_2 - a/h\,(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)].(0{,}5h - a). \quad (2.17)$$

Grace aux équations (2.16), on détermine la relation $\varepsilon_1=f(\varepsilon_2)$, pour la section la plus sollicitée de l'élément. On place l'équation obtenue dans (2.17) et admettons que la déformation ε_2 dans la zone tendue a atteint la limite d'extensibilité du béton ε_{bt}. Sachant le moment dans la section, on détermine la charge P d'une manière inverse et avec une condition de $\varepsilon_2= \varepsilon_{bt}$. La deuxième étape de calcul (stade II de l'état de contraintes et de déformations, Fig.3b) compte tenu des fissures dans la zone tendue du béton : formation des équations Pj int et Mj int et de la courbure dans chaque section tout le long de l'élément.

Par exemple, étudions une poutre sur trois appui et divisons une des travées sur quatre sections, nous aurons onze équations (voir tab.2) ; mais le système est hyperstatique du premier ordre , alors on ajoute l'inconnue surabondante sous la forme de (2.13).

Fig.1 :Schéma de calcul de poutre à double travée.

Fig.2 :Schéma de calcul de la partie coupée de la poutre .

Tableau 3

N° de la section de calcul	Nombres des inconnues dans chaque section de calcul		
	déformations	flèches	total
1	2	1	3
2	2	1	3
3	2	1	3
4	2	-	2

Dans les calculs, la charge est réalisée symétriquement (fig.4).

Apres la division de la travée sur quatre parties, on détermine le vecteur principal et le moment dans chaque section, ainsi que le moment fléchissant du aux sollicitations extérieures dans ces mêmes sections (fig.4).

$$P_j^{Int} = \frac{B.h}{2}\left[E_b\frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2} - \sigma_{bt}\frac{\varepsilon_{bt}}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}\right] + E_s'A_s'.\left[\varepsilon_1 - a'/h(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\right] - E_sA_s.\left[\varepsilon_2 - a/h(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\right]; \quad (2.18)$$

$$M_j^{nt} = \frac{B.h}{12(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^2}\left\{E_b\,\varepsilon_1^2(\varepsilon_1+3\varepsilon_2) - \sigma_{bt}.\,\varepsilon_{bt}(3\varepsilon_1+3\varepsilon_2-2\,\varepsilon_{bt})\right\} + E_s'A_s'. \quad (2.19)$$

$$\left[\varepsilon_1 - a'/h(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\right](0{,}5h-a') + E_sA_s.\left[\varepsilon_2 - a/h(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\right](0{,}5h-a);$$

Les moments dus aux sollicitations extérieures M_j dans chaque section j sont déterminés d'après la figure 4.

$$M_1 = R_A\,L/4 + N(t)\,y_1; \quad (2.20)$$

$$M_2 = R_A\,L/2 + N(t)\,y_2; \quad (2.21)$$

$$M_3 = R_A.3\,L/4 - PL/4 + N(t)\,y_3; \quad (2.22)$$

$$M_4 = (P - 2R_A)\,L/2; \quad (2.23)$$

où $R_A = P - R_b/2$; R_B est pris pour l'inconnue surabondante ; par la suite R_B sera noté par X.

Le système des équations différentielles du problème aura la forme suivante :

$$\frac{dPI^{Int}}{d\varepsilon 1} \cdot \varepsilon 1 + \frac{dPI^{Int}}{d\varepsilon 2} \cdot \varepsilon 2 = N(t)$$

$$\frac{dMI^{Int}}{d\varepsilon 1} \cdot \varepsilon 1 + \frac{dMI^{Int}}{d\varepsilon 2} \cdot \varepsilon 2 = (P(t) - X/2)L/4 + N(t)\ y1+N(t)\ y1.$$

$$\frac{\varepsilon 1 + \varepsilon 2}{h} = 1/24S^2 [-40\ y1 + 12\ y2 + 8\ y3] ;$$

Fig.3 : Stade de l’état de contraintes et de déformations Ia et IIb.

$$\frac{\mathrm{Int}\ dPII}{d\,\varepsilon 1} \cdot \varepsilon 1 + \frac{\mathrm{Int}\ dPII}{d\,\varepsilon 2} \cdot \varepsilon 2 = N(t)$$

$$\frac{\mathbf{Int}\ dMII}{d\,\varepsilon 1} \cdot \varepsilon 1 + \frac{\mathbf{Int}\ dMII}{d\,\varepsilon 2} \cdot \varepsilon 2 = (P(t) - X/2)L/2 + N(t)\ y2 + N(t)\ y2.$$

$$\frac{\varepsilon 1 + \varepsilon 2}{h} = 1/24S^2 [-32\ y1 + 60\ y2 + 32\ y3] ;$$

$$\frac{\mathrm{Int}\ dPIII}{d\,\varepsilon 1} \cdot \varepsilon 1 + \frac{\mathrm{Int}\ dPIII}{d\,\varepsilon 2} \cdot \varepsilon 2 = N(t)$$

$$\frac{\mathbf{Int}\ dMIII}{d\,\varepsilon 1} \cdot \varepsilon 1 + \frac{\mathbf{Int}\ dMIII}{d\,\varepsilon 2} \cdot \varepsilon 2 = (4P(t) - 3X)L/8 + N(t)\ y3 + N(t)\ y3.$$

$$\frac{\varepsilon 1 + \varepsilon 2}{h} = 1/24S^2 [8\ y1 + 12\ y2 - 40\ y3] ;$$

$$\frac{\mathrm{Int}\ dPIV}{d\,\varepsilon 1} \cdot \varepsilon 1 + \frac{\mathrm{Int}\ dPIV}{d\,\varepsilon 2} \cdot \varepsilon 2 = N(t)$$

$$\frac{dMIV^{Int}}{d\varepsilon 1} \, . \, \varepsilon 1 + \frac{dMIV^{Int}}{d\varepsilon 2} \, . \varepsilon 2 = (X - P(t))L/2 \quad ;$$

$$P(t) \, . \, y2 + (P(t) - x)L/2 \, . \, 1/12S \, (-16\, y1+36\, y2- 48\, y3) +$$

$$\frac{+N(t)\, \pi^2 y2}{2\, L} = 0 \; ;$$

Le système des équations différentielles se résout en utilisant des logiciels à l'aide des programmes standards de Roung-Koutt ou par la méthode des éléments finis.

Fig.4 : Pour le calcul des valeurs des moments fléchissant le long de la poutre.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES :

1. GVOZDEV A.A : Fluage du béton et chemin d'étude//Etude de résistance, plasticité et fluage des matériaux de constructions.M. :GOSTROU-IZDAT, 1955,p.126-137.
2. TALK.E : Sur le perfectionnement des méthodes de calcul normalisées des structures en béton armé// béton et béton armé, 1977,N°5,p.20-21.
3. STOLYROV I.V :Introduction dans la théorie du béton armé,M.-L : GOSTROU-IZDAT,1941.
4. BONDARENKO V.M : Quelques questions de la théorie non linéaire du béton armé. Kharkov ,Dif.Université de Kharkov,1968,p.323.
5. BONDARENKO V.M ., BONDARENKO S.V. : Méthodes pratiques de la théorie non linéaire du béton armé.M.STROI-IZDAT,1982,p.287.
6. NANGOUCHEV V.I : Résistance à la fissuration, rigidité et résistance du béton armé.M,MACHSTROI-IZDAT,1950,p.268.
7. NOVATARSKI I.P. : Calcul des éléments fléchis en béton armé compte tenu du fluage non linéaire du béton// Résistance des matériaux et théorie des structures,1975, N°XXIV, p.146-154.
8. OULITZKI I.I : Théorie et calcul des systèmes de barres en béton armé compte tenu des processus de longue durée.KIEV,BOUDVELNIK,1967,p.347.
9. GEMMERLING A.V : Calcul des systèmes barres,M. STROI-IZDAT,1974,p.207.
10. LEITES S.D : Stabilité des barres comprimés en acier ,M.GOSTEKHIZDAT,1954,p.308.